

Ausarbeitung der typischen Prüfungsfragen für
Elektrotechnische Grundlagen der Informatik
VO (4.5 ECTS)

Vortragender: GRÜNBACHER, Herbert; O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn.
Semester: SS 09

Ausarbeitung:

Autor: Wolfgang Wallner
wolfgang - wallner (at) gmx (dot) at

Zeitraum: September 2009

Status: *) unvollständig (für Kapitel 10 + 11 hatte ich keine Zeit mehr)
*) Richtigkeit der Antworten würde von niemandem überprüft

Disclaimer:

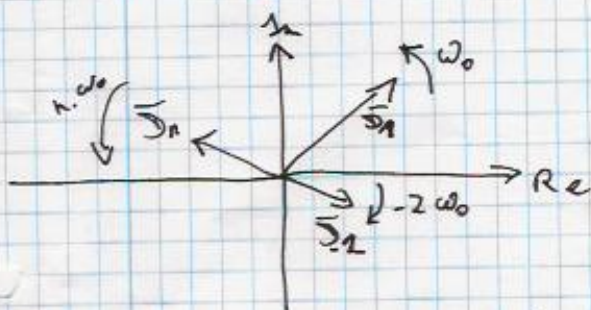
Das sind nur meine Gedanken zu den Fragen, inklusive aller Verständnisfehler! Wenn euch etwas komisch vorkommt, es sicher besser, das selber noch mal herzuleiten, als meinen Notizen zu vertrauen!

Viel Glück bei der Prüfung!!

$$1.1) \quad \bar{x}(t) = A \cdot e^{j\omega_0 t + \varphi} = A \cdot [\cos(\omega_0 t + \varphi) + j \sin(\omega_0 t + \varphi)]$$

$$x(t) = \operatorname{Re} \{ A \cdot e^{j\omega_0 t + \varphi} \} = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \bar{D}_k \cdot e^{j\omega_k t}$$



Einseitig: $\bar{s}(t) = X_0 + \sum_{k=1}^N \bar{X}_k \cdot e^{j\omega_k t}$

Zweiseitig: $s(t) = X_0 + \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{\bar{X}_n}{2} \cdot e^{j\omega_n t} + \frac{X_n^*}{2} \cdot e^{-j\omega_n t} \right\}$

$$1.2) \quad s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cdot \cos(k\omega_0 t + \varphi_k)$$

$$\bar{s}(t) = X_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{X}_n \cdot e^{j\omega_n t} \quad \bar{X}_n = A_n \cdot e^{j\varphi_n}$$

1.3) reell: $A_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \cos(k\omega_0 t) dt$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cdot \sin(k\omega_0 t) dt$$

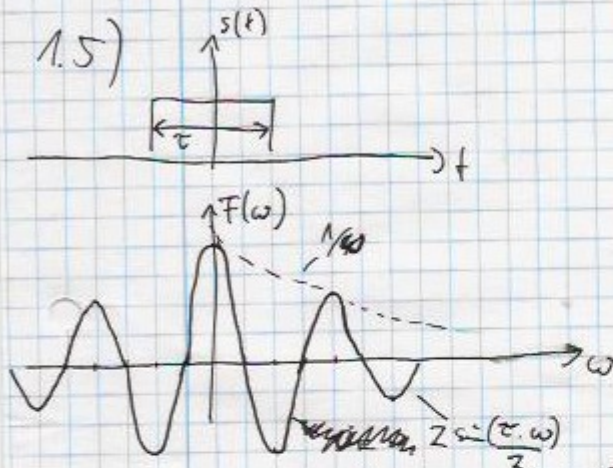
$$s(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} B_k \cdot \sin(k\omega_0 t)$$

komplex: $D_k = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt$

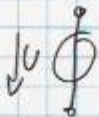
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} D_k \cdot e^{jk\omega_0 t}$$

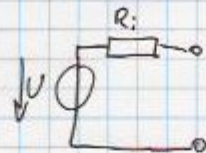
$$1.4) \quad s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

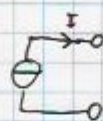
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$



$$F(\omega) = \frac{2 \sin\left(\frac{\tau \cdot \omega}{2}\right)}{\omega} = \tau \cdot \underbrace{\frac{\sin\left(\frac{\tau \cdot \omega}{2}\right)}{\frac{\tau \cdot \omega}{2}}}_{\text{sinc}\left(\frac{\tau \cdot \omega}{2}\right)} = \tau \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega \tau}{2}\right)$$

2.1) ideale Spannungsquelle: 

reale - " -: 

ideale Stromquelle: 

reale - " -: 

Umwandlung Strom \leftrightarrow Spannungsquelle:

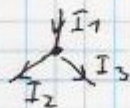
$$U_0 = I_0 \cdot R_i$$

\swarrow Leerlaufspannung Stromquelle \downarrow Kurzschlussstrom Spannungsquelle \searrow Innenwiderstand

Maximale Leistung: $R_L = R_i$

\hookrightarrow Rechenweg: • Formel für Leistung $P(R_i) = \dots$
 • Ableiten nach R_i , Nullsetzen
 • Umformen $R_L = \dots$

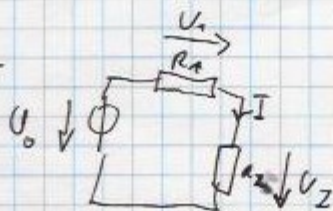
2.2) Knotenregel:



$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0$$

Maschenregel:



$$U_0 - U_1 - U_2 = 0$$

$$\sum_{i=1}^N U_i = 0$$

2.3)

Widerstand R :

$$I = \frac{U}{R}$$

Kapazität C :

$$i = C \cdot \frac{du}{dt}$$

$$I(s) = C \cdot s \cdot U(s)$$

Induktivität L :

$$u = L \cdot \frac{di}{dt}$$

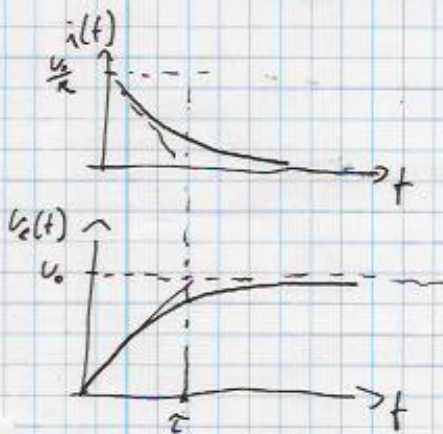
$$U(s) = L \cdot s \cdot I(s)$$

2.4)

Kapazität:

$$u_c(t) = U_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

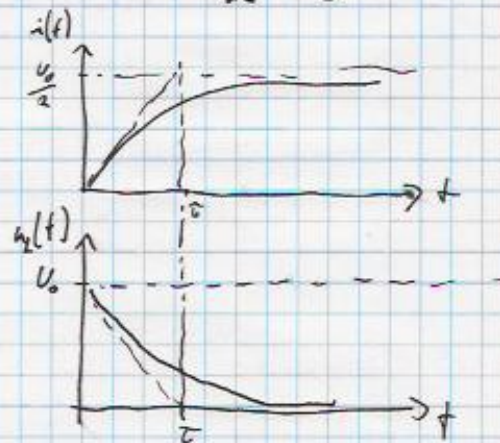
$$\tau = R \cdot C$$



Induktivität:

$$i_L(t) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



3.1) Serienschaltung:

$$R_{ges} = \sum R$$

$$L_{ges} = \sum L$$

$$C_{ges} = \frac{1}{\sum \frac{1}{C}}$$

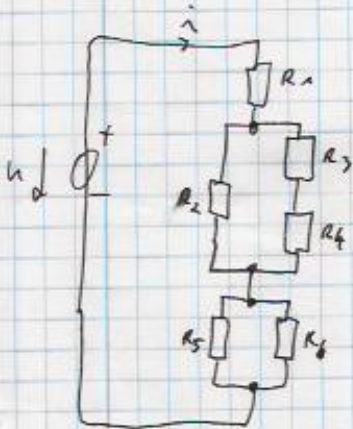
Parallelschaltung:

$$R_{ges} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R}}$$

$$L_{ges} = \sum L$$

$$C_{ges} = \sum C$$

3.2) Ersatzwiderstand Ohmscher Netzwerke



$$R_{ges} = R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4) + R_5 \parallel R_6$$

3.3) Knotenpotentialanalyse:

- Referenzknoten wählen
- Knotengleichungen für restliche Knoten
- Ausdrücken durch Knotenspannungen
- U einsetzen → fertig

3.4) Schleifenanalyse:

- Graph teilen in Baum + Glieder
- Schleifenströme bestehend aus Gliedern + Baumteilen einzeichnen
- $\sum u = 0$ für jede Schleife, ausdrücken durch Schleifenströme
- U einsetzen → fertig

4.1) Leichtstrom: Nur U- und I-quellen und R, L, C.

Knoten und Schleifenanalyse
Wechselstrom

$\frac{1}{j\omega C}$ für Kapazität

$\vec{u}(t)$

$j\omega L$ für Induktivität

$\vec{i}(t)$

Transient

$U(s), I(s), sL, \frac{1}{sC}$ $s \cdot i = \frac{di}{dt}$

Lösen \Rightarrow Rücktransformation (Tabelle) \Rightarrow Fertig

4.2) $|P_s| = \sqrt{P^2 + P_B^2}$ $\vec{Z} = R + jX$

$\vec{P}_s = \vec{P} + jP_B$

$P = I_{\text{eff}}^2 \cdot R$

$P_B = I_{\text{eff}}^2 \cdot X$

$u_{\text{eff}} = \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt$

\hookrightarrow RMS

Root Mean Square

4.3) $\frac{1}{j\omega C}$ bzw $\frac{1}{sC}$

$j\omega L$ bzw sL

4.4) charakteristische Gley

3 Fälle für λ : $\lambda_1 = \lambda_2$ reell
 $\lambda_1 = \lambda_2$ komplex

→ homogene Lösung

a) Ansatz entsprechend ~~der~~ Erregung

→ partikuläre Lsg

4.5)



$$0 = -U(s) + I(s) \cdot R + s \cdot I(s) \cdot L + \frac{1}{sC} \cdot I(s)$$

$$I(s) = U(s) \cdot \frac{1}{R + sL + \frac{1}{sC}}$$

4.6) siehe Korrespondenztabelle

4.7) Polynomdivision falls $\text{Grad}(\text{Zähler}) \geq \text{Grad}(\text{Nenner})$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2}x^6 + 2x^5 - x^4 + \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - x : \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 = \boxed{x^4 + x} \\ - \frac{1}{2}x^6 + 2x^5 - 4x^4 \\ \hline 2x^5 - 4x^4 + \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - x \\ - 2x^5 + 4x^4 - 2x^3 \\ \hline \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 - x \\ \hline 0 \text{ Rest} \end{array}$$

$$F(s) = \frac{7s+11}{s^2+4s+3}$$

$$= \frac{7s+11}{(s+3)(s+1)} = \frac{A}{s+3} + \frac{B}{s+1}$$

$$7s+11 = A(s+1) + B(s+3)$$

$$7s+11 = As+A + Bs+3B$$

$$7s+11 = s(A+B) + A+3B$$

$$7 = A+B$$

$$11 = A+3B$$

$$A = 7-B$$

$$11 = 7-B+3B$$

$$4 = 2B \Rightarrow \boxed{B=2 = A=5}$$

$$\frac{7s+11}{(s+3)(s+1)} = \boxed{\frac{5}{s+3} + \frac{2}{s+1}}$$

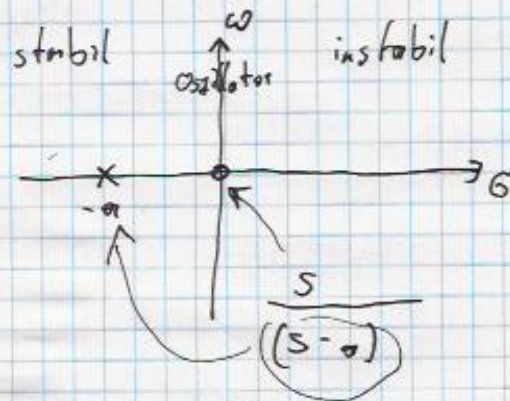
4.8) Systemfunktion = Antwort auf Dirac-Impuls

$$H(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

$$A(s) = H(s) \cdot G(s)$$

Antwort \uparrow
 Systemfunktion \uparrow
 Erregung

PW-Diagramm



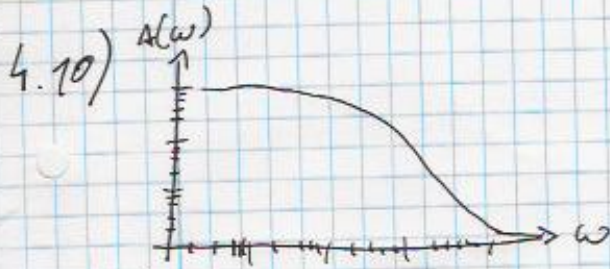
Nenner \rightarrow
 "charakteristisches Polynom"

Pole \rightarrow Eigenfrequenzen

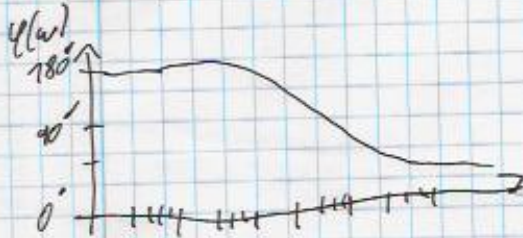
Erregung mit Dirac \rightarrow Eigenschwingung

4.9) $A(s) = H(s) \cdot G(s)$

- 1) $H(s)$ erhält man durch Netzwerkanalyse
- 2) Erregungsfunktion $g(t)$ wird Laplace-transformiert $\Rightarrow G(s)$
- 3) Multiplikation $H(s) \cdot G(s) \Rightarrow A(s)$
- 4) Inverse Laplace $\mathcal{L}^{-1}\{A(s)\} \Rightarrow a(t)$ mit Korrespondenztabelle



Amplitudengang

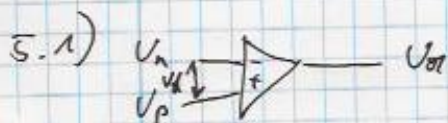


Phasengang

4.11) $a(t) = h(t) * g(t) = \int_0^t h(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau$

$h(t)$ erhält man durch

- 1) direktes Lösen der Diff'glg
- 2) Inverse Laplace



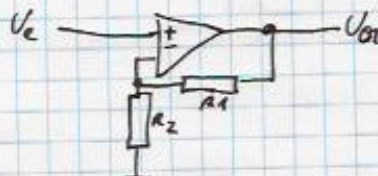
- +) hohe Verstärkung V
- +) hoher Eingangswiderstand
- +) kleiner Ausgangswiderstand

$$U_{out} = (U_p - U_n) \cdot V$$



$$U_{out} = -\frac{R_2}{R_{in}} \cdot U_e$$

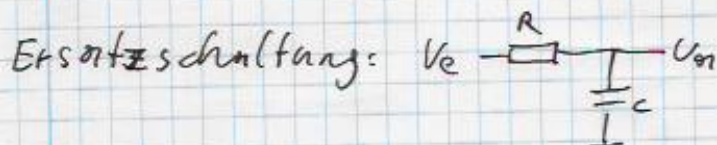
$$R_{in} = R_1$$



$$U_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{in}$$

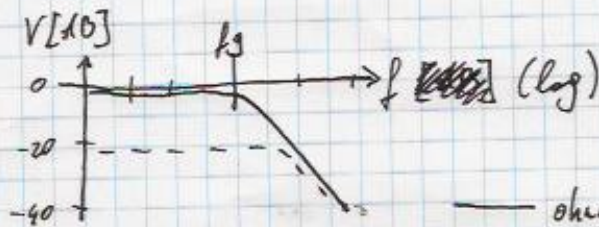
$$R_{in} = \infty$$

- 5.2)
- +) Millereffekt spiegelt parasitäre Kapazitäten
 - +) Gegenstrom mit Schaltungswiderständen ergibt sich ein Tiefpass



$$\begin{aligned} \frac{U_{out}}{U_e} &= \frac{1}{1 + j\omega RC} \\ &= \frac{1}{1 + jf \underbrace{2\pi RC}_{f_g}} \\ &= \frac{1}{1 + f/f_g} \end{aligned}$$

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow \frac{1}{f_g} = 2\pi RC$$



— ohne Gegenkopplung
 ---- mit Gegenkopplung

Gegenkopplung \Rightarrow kleinere Verstärkung, größere Bandbreite (f_g)

sd 5.2)

$$A_o = \frac{V_o}{1 + \alpha V_o}$$

$$f_{gc} = f_{oc} (1 + \alpha V_o)$$

$$A(f) = \frac{A_o}{1 + j \frac{f}{f_{gc}}}$$

6.1) Addierer:

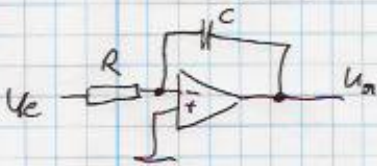


$$\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} = - \frac{U_a}{R_4}$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4$$

$$\Rightarrow U_a = -(U_1 + U_2 + U_3)$$

Integrator:



Ruhestrom +
offsetstrom } ungünstig!!

$$i_e + i_c = 0$$

$$\frac{U_e}{R} + C \frac{dU_a}{dt} = 0$$

$$\frac{dU_a}{dU_e} = - \frac{1}{RC} U_e$$

$$U_a = - \frac{1}{RC} \int U_e dt + U_a|_{t=0}$$

Differentiator:



Schwingungsverzerrung!

$$i_e + i_c = 0$$

$$C \cdot \frac{dU_e}{dt} + \frac{U_a}{R} = 0$$

$$\Rightarrow U_a = -R \cdot C \cdot \frac{dU_e}{dt}$$

6.2) Polenapproximation: (Butterworth-Filter)

$$|H(j\omega)|^2 = H(j\omega) \cdot H(-j\omega)$$

$$F(j\omega) = \frac{1}{H(j\omega)}$$

$$F(s) \cdot F(-s) = 1 + (-1)^n \cdot s^{2n}$$

Nullstellen:

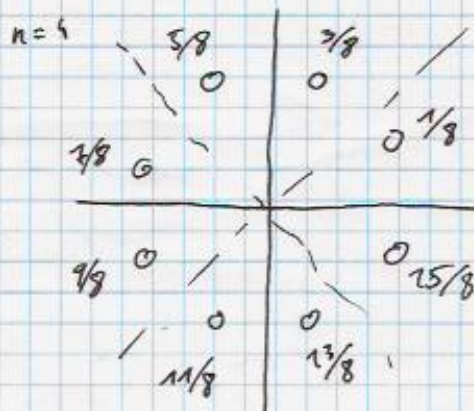
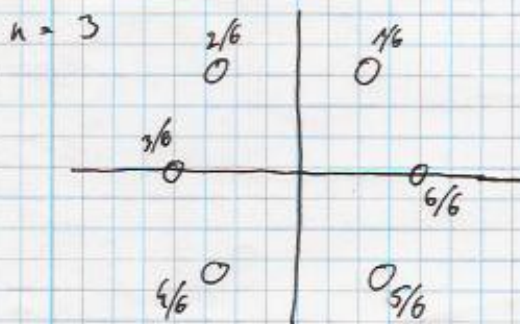
$$F(s) \cdot F(-s) = 1 + (-1)^n \cdot s^{2n} = 0$$

$$\Rightarrow (-1)^n \cdot s^{2n} = -1$$

\Rightarrow Nullstellen liegen auf Einheitskreis

n ungerade: $s_{0,k} = e^{jk\pi/n}$

n gerade: $s_{0,k} = e^{j(2k-1)\pi/(2n)}$



Nullstellen von $F(s)$ = Polstellen von $H(s)$

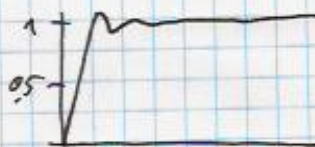
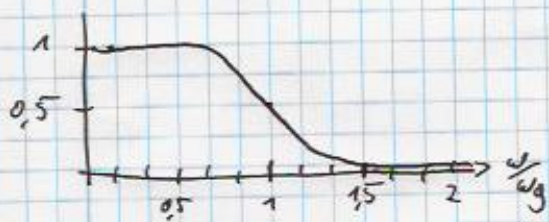
\Rightarrow Damit $H(s)$ stabil ist, müssen Polstellen links sein

\Rightarrow Gleichungen für Nullstellen auflösen

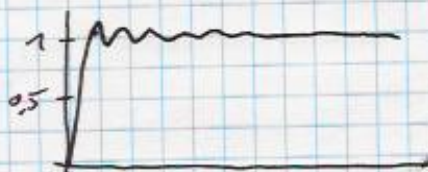
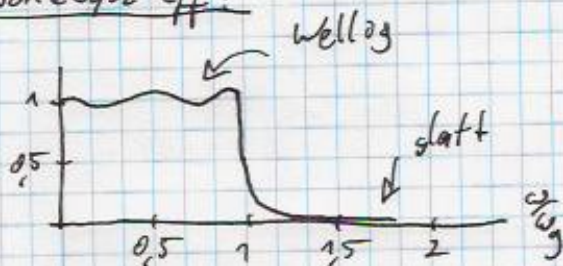
\hookrightarrow Koeffizienten

6.3)

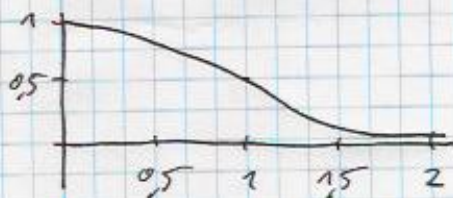
Potenz (Butterworth),



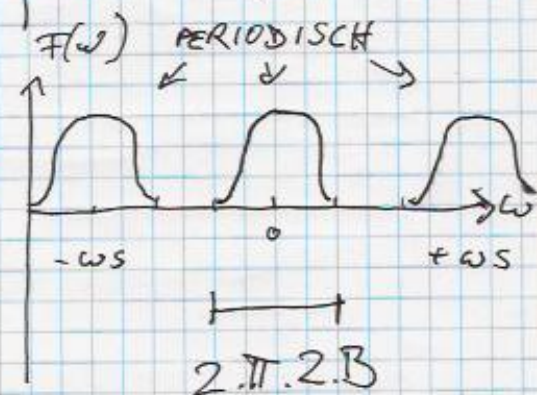
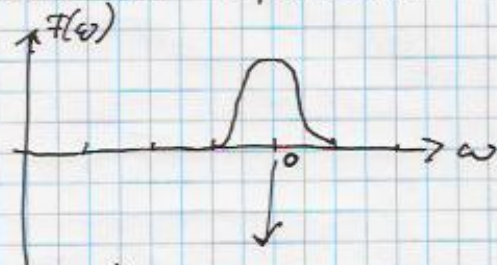
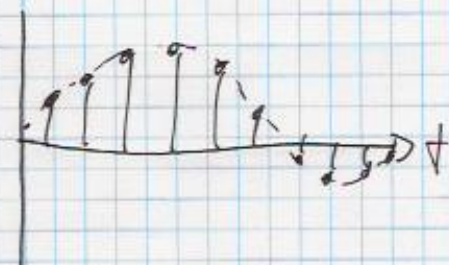
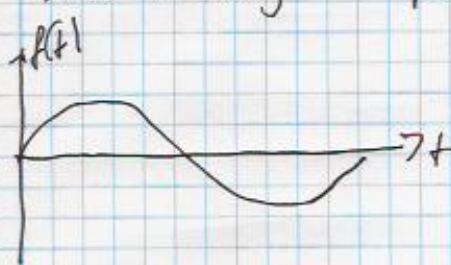
Tschebyscheff:



Bessel:



7.1) Abtastung \Rightarrow periodisches Spektrum



$$B = |f_{\max}|$$

$$f(t) \Leftrightarrow F(\omega)$$

•) Abtastung entspricht Multiplikation mit periodischen Dirac-Impulsen: $S_{0,T_s}(t)$

•) Spektrum von $S_{0,T_s}(t)$ besteht unendlich vielen Sinus-Schwingungen: $S_{0,T_s}(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j k \omega_s t}$
(Vielfache von ω_s)

•) Multiplikation in Zeitbereich

\Leftrightarrow Faltung im Frequenzbereich

•) \Rightarrow periodische Fortsetzung von $F(\omega)$ in Abstand von ω_s

7.2)

$$f_s > 2 \cdot f_{\max}$$

'cause Shannon said so.

Verletzung des Abtasttheorems führt zu Aliasing und Folding

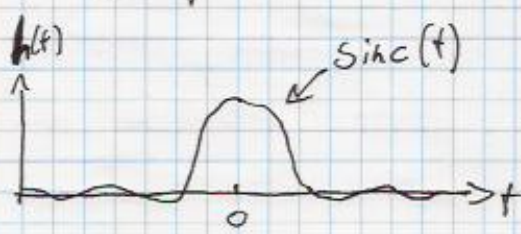
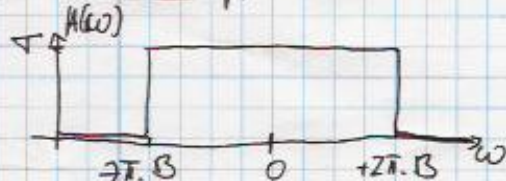
positive Frequenzen
spiegeln ins
Tiefpassfenster $\pm \frac{\omega_s}{2}$

negative f spiegeln
in positiven Teil des
Tiefpassfensters, positive
in den negativen Teil

7.3) Rekonstruktion im Zeitbereich mit
gewichteten Rechteck- und Dreieckimpulsen
nicht befriedigend.

Besser: Herausschneiden des ursprünglichen
Signals mit Tiefpassfilter.

Idealer Tiefpass



\Rightarrow Überlagerung gewichteter sinc-Pulse
stellt Signal fehlerfrei wieder her. \uparrow $z.z.$

$$f(t) = \sum_k f(kT) \cdot h(t - kT) = \sum_k f(kT) \cdot \text{sinc}(2\pi B \cdot t - k\pi)$$

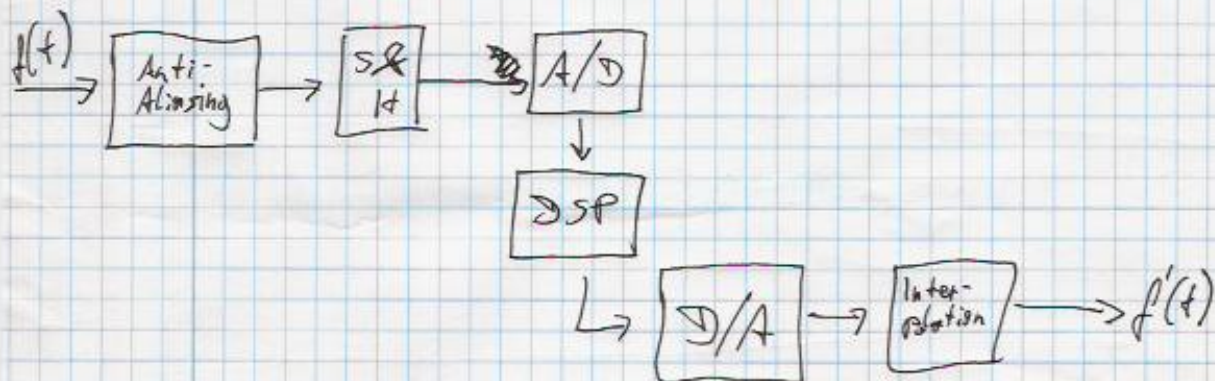
7.4) Ein Signal kann nicht gleichzeitig
zeit- und bandbegrenzt sein!

Praktische Signale sind zeitbegrenzt

⇒ unendliche Bandbreite

⇒ Überlappung nach Sampling
(weil periodisch mit ω_s fortgesetzt)

Lösung: Anti-Aliasing-Filter vor dem
Sampling
(Tiefpass zum Bandbegrenzen)



7.5) Quantisierungsfehler: $\pm 1 \text{ LSB}$

Digitalisiertes Signal weicht um maximal $\pm 1 \text{ LSB}$
von Original ab.

$$\text{LSB} = \frac{1}{2^n} \quad n = \text{Auflösung}$$

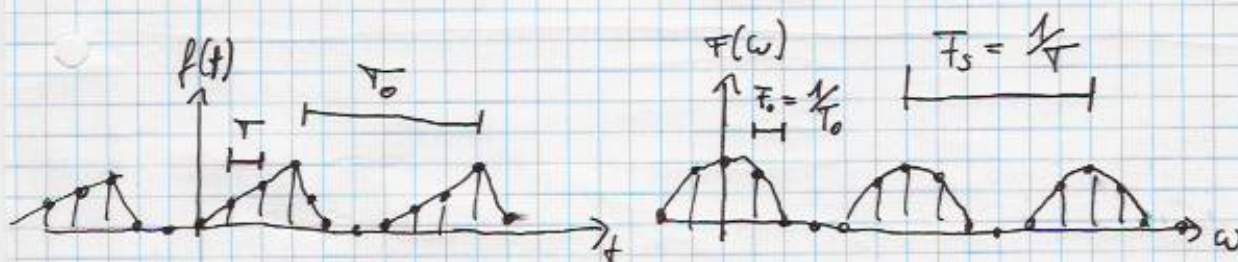
Höhere Auflösung \Rightarrow weniger Rauschen.

- 7.6)
- Kontinuierliches Spektrum wird abgetastet ~~verarbeitet~~, damit es leichter gespeichert/verarbeitet werden kann.
 - Abtasten im f -Bereich
 \rightarrow ~~periodisch~~ periodisch im Zeitbereich
 - Mit gewichteten sinc-Pulsen kann $F(\omega)$ wieder aus $F[k\omega_0]$ hergestellt werden

IDFT: $f[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F[k] \cdot e^{j k \Omega_0 n}$

IDFT: $F[k] = \sum_{n=0}^{N-1} f[n] \cdot e^{-j k \Omega_0 n}$

$$\Omega_0 = \omega_0 T = \frac{2\pi}{N_0}$$



~~$N_0 = \frac{T_0}{T}$~~

$$N_0 = \frac{T_0}{T} = \frac{F_s}{F_0}$$

8.1)

$$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k \cdot x[n-k]$$

bzw.: $y[n] = \sum_{k=0}^M h[k] \cdot x[n-k]$

weil: Impulsantwort liefert Filterkoeffizienten.

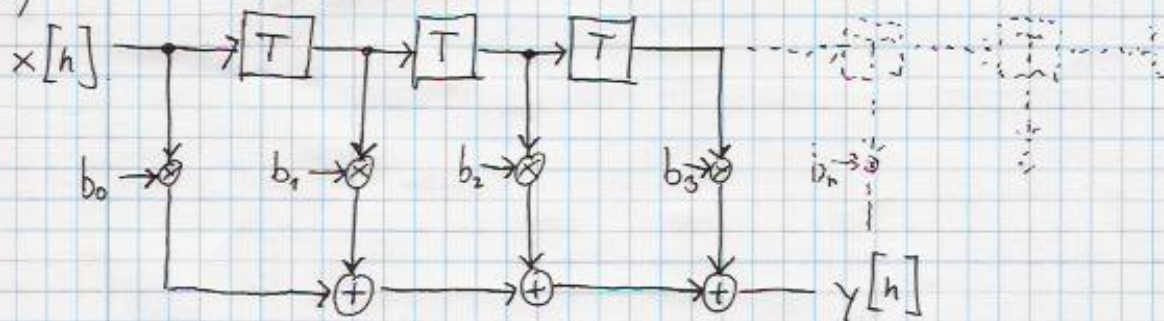
8.2)

Gleichung 8.1 entspricht

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

-) Eingangssignal entspricht Summe zeitversetzter, gewichteter Impulse
-) Ausgangssignal entspricht Summe zeitversetzter, gewichteter Impuls-Antworten

8.3)



8.4) $H(\hat{\omega}) = \sum_{k=0}^M b_k e^{-jk\hat{\omega}}$ Frequenzgang

\Rightarrow Hängt nur von den Werten b_k ab.

9.1)

~~XXXXX~~

$$X(z) = \sum_{k=0}^M x[k] \cdot z^{-k}$$

Bsp: $x[k] = [1, 2, 3, -1, 2, -3]$

$$X(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} - z^{-3} + 2z^{-4} - 3z^{-5}$$

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z)$$

9.2)

9.3)

•) Einheitskreis in z -Bereich entspricht imaginärer Achse im ω -Bereich

•) Nullstellen im Frequenzgang liegen im z -Bereich auf dem Einheitskreis

•) Polstellen müssen für stabile Systeme innerhalb des Einheitskreises liegen

•) Bei FIR-Systemen liegen die Polstellen sogar im Ursprung, weil:

$$H_{\text{FIR}}(z) = \frac{b_n z^n + \dots + b_1 z + b_0}{z^n}$$

\nearrow
n-fache Nullstelle bei 0